

运动平台分布式功率合成效能分析

郭文博^{1,2}, 杜嘉鑫^{1,2}, 杨健^{2,3}, 严牧², 赵宏志^{1,2}, 邵士海^{1,2}

(1. 电子科技大学通信抗干扰全国重点实验室, 四川 成都 611731;

2. 电磁空间认知与智能控制技术实验室, 北京 100191; 3. 北京理工大学网络空间安全学院, 北京 100081)

摘要: 针对运动平台的位置扰动问题, 分析了位置扰动对分布式功率合成效能影响, 建立了存在位置扰动的分布式功率合成模型, 推导了平均远场波束图、互补累积分布函数表达式以及 3 dB 波束宽度近似表达式。理论分析和数值仿真表明, 位置扰动加剧会导致分布式功率合成的平均远场波束图、峰值功率、3 dB 波束宽度和互补累积分布函数不断恶化。当位置扰动达到信号波长的 9% 时, 运动平台进行分布式功率合成后的信号峰值功率下降到其理论上限的 90%。

关键词: 分布式功率合成; 运动平台; 虚拟天线阵列; 位置扰动

中图分类号: TN92

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2023219

Efficiency analysis of distributed power combining for mobile platform

GUO Wenbo^{1,2}, DU Jiabin^{1,2}, YANG Jian^{2,3}, YAN Mu², ZHAO Hongzhi^{1,2}, SHAO Shihai^{1,2}

1. Nation Key Laboratory of Wireless Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China

2. Laboratory of Electromagnetic Space Cognition and Intelligent Control, Beijing 100191, China

3. School of Cyberspace Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract: Aiming at the position perturbation of mobile platform, the impact of position perturbation was analyzed on distributed power combining efficiency. The model of distributed power combining with position perturbation was established, and the average far-field beampattern, complementary cumulative distribution function (CCDF) expressions and the approximate expression of 3 dB beamwidth were derived. The results show that intensified position perturbation can lead to continuous deterioration of the average far-field beampattern, peak power, 3 dB beamwidth, and CCDF of distributed power combining. When the position perturbation reaches 9% of the signal wavelength, the signal peak power of the mobile platform after distributed power combining decreases to 90% of its theoretical upper limit.

Keywords: distributed power combining, mobile platform, virtual antenna array, position perturbation

0 引言

以无人机集群为代表的运动平台通过各分散节点之间的相互协作, 可以覆盖更大的区域、制定更智能的决策以及执行更复杂的任务^[1]。此外, 其由于具备高机动性、低成本等特点, 广泛应用于各

个领域^[2-4]。首先, 无人机集群可以完成一系列新颖复杂的工作, 例如环境检测^[5]、灾害救援行动^[6]和无线通信^[7]。其次, 无人机集群这类运动平台可相互协同, 执行作战任务, 争夺制电磁权^[8]。同时, 无人机集群还可完成自主侦察和攻击任务^[9]。然而, 运动平台的小型化和机动性, 导致其能量有限、功

收稿日期: 2023-07-04; 修回日期: 2023-11-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.U19B2014, No.61601071, No.61671091)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.U19B2014, No.61601071, No.61671091)

率不足，分布式功率合成技术有望弥补这一缺陷。分布式功率合成是指空间上随机分布的独立运动平台相互协作，形成虚拟天线阵列，执行波束成形^[10]。在理想情况下， N 架相互协同的运动平台进行分布式功率合成可使发射或接收功率获得 N^2 倍的增益^[11]。根据美国披露的“灵活分布式阵列雷达”通过分布式功率合成实现探测信号相干合成，可以显著改善探测距离、覆盖范围和跟踪精度^[12]，具备协同作战能力的运动平台由于具备机动性高、可扩展性强、隐蔽性高、抗毁性强等特点，是未来研究的重点^[13]。

在实际工程应用中，实施分布式功率合成的前提是各个独立的运动平台之间的相位、频率和时间精准同步。然而，无人机或无人艇集群这些运动平台容易受到空气湍流或海面浪潮等非理想因素影响，产生位置摄动，随机偏离其原始位置，导致运动平台之间的相位偏移，进而使分布式功率合成效果恶化。因此，有必要分析位置摄动对运动平台分布式功率合成的影响，为实际工程应用提供理论指导。

目前，已有文献对存在位置摄动的分布式功率合成系统进行了研究^[14-18]。文献[14-15]分析了当独立的运动平台均匀分布在圆形区域内，并且关于半径和角度的位置估计误差也服从均匀分布时，位置摄动对分布式功率合成增益的影响。文献[16]提出了运动平台的随机运动与阵列因子以及阵列增益之间的关系模型。文献[17]分析了分布式功率合成增益对距离和角度定位精度的要求。文献[18]指出了随着位置估计误差的增大，无人机集群分布式功率合成的峰值功率减小。然而，上述文献忽略了位置摄动对分布式功率合成的重要性能指标 3 dB 波束宽度以及互补累积分布函数的影响，并且现有文献没有分析位置摄动对不同规模 and 不同分布范围下的运动平台分布式功率合成影响。

针对现有研究不足，本文以平均远场波束图、3 dB 波束宽度和互补累积分布函数表征位置摄动对运动平台分布式功率合成影响，并给出了详细的理论推导。首先，考虑三维随机位置摄动，给出了随机分布虚拟天线阵列的远场波束图。随后，对平均远场波束图、峰值功率、互补累积分布函数表达式以及 3 dB 波束宽度近似表达式进行了理论推导，以进一步分析运动平台分布式功率合成对位置摄动的容忍度。

1 系统模型

基于运动平台的虚拟天线阵列如图 1 所示，其中，有 N 架独立的运动平台均匀分布在 z 轴上，分布范围为 $\left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$ 。虚拟天线阵列中每个运动平台的位置是独立同分布的，第 n 架运动平台的位置为 $(0, 0, z_n)$ ， $n=1, 2, \dots, N$ ， z_n 的概率密度函数为

$$f_{z_n} = \frac{1}{L} \quad (1)$$

其中， $-\frac{L}{2} \leq z_n \leq \frac{L}{2}$ 。在实际工程应用中，为了提高隐蔽性、抗毁性，避免无人机或无人艇之间的互耦，运动平台的空间位置是分散的^[19]。

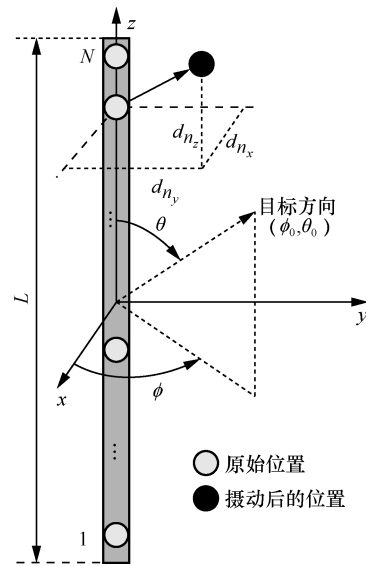


图 1 基于运动平台的虚拟天线阵列

图 1 中， $\phi \in [0, 2\pi]$ 和 $\theta \in [0, \pi]$ 分别代表分布式功率合成的方位角和俯仰角。本文假定虚拟天线阵列的目标方向为 (ϕ_0, θ_0) ，因此，在 (ϕ, θ) 方向上，虚拟天线阵列的响应矢量可以表示为

$$\mathbf{v}(\theta, \phi | \mathbf{z}) = \left[e^{jkz_1 \cos \theta}, e^{jkz_2 \cos \theta}, \dots, e^{jkz_N \cos \theta} \right] \quad (2)$$

其中， $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 代表自由空间波数， λ 代表信号波长， $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_N]$ 代表理想位置向量。

然而，由于空气湍流或海面浪潮、机体振动和定位算法误差等非理想因素的影响，无人机或无人艇等运动平台会产生三维的位置摄动，随机地偏离其原始位置。根据非理想因素的随机性、运动平台的空间分

散性以及无人机悬停和编队飞行的实验数据^[20-21], 本文假设第 n 架运动平台在 x 轴方向的偏移量为 d_{n_x} , 在 y 轴方向的偏移量为 d_{n_y} , 在 z 轴方向的偏移量为 d_{n_z} , 并且 d_{n_x} 、 d_{n_y} 和 d_{n_z} 为独立同分布的随机变量^[19,22], 均服从均匀分布, 其概率密度函数为

$$f_{d_{n_x}} = f_{d_{n_y}} = f_{d_{n_z}} = \frac{1}{2D} \quad (3)$$

其中, $-D \leq d_{n_x}, d_{n_y}, d_{n_z} \leq D$ 。

由于位置摄动, 第 n 架运动平台的位置变为 $(d_{n_x}, d_{n_y}, d_{n_z} + z_n)$, 虚拟天线阵列的响应矢量变为

$$\mathbf{v}(\theta, \phi | \mathbf{z}, \mathbf{d}) = \begin{bmatrix} e^{jk(d_{1_x} \sin \theta \cos \phi + d_{1_y} \sin \theta \sin \phi + (d_{1_z} + z_1) \cos \theta)} \\ e^{jk(d_{2_x} \sin \theta \cos \phi + d_{2_y} \sin \theta \sin \phi + (d_{2_z} + z_2) \cos \theta)} \\ \dots \\ e^{jk(d_{N_x} \sin \theta \cos \phi + d_{N_y} \sin \theta \sin \phi + (d_{N_z} + z_N) \cos \theta)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{d} = [\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y, \mathbf{d}_z]$, $\mathbf{d}_x = [d_{1_x}, \dots, d_{N_x}]$, $\mathbf{d}_y = [d_{1_y}, \dots, d_{N_y}]$, $\mathbf{d}_z = [d_{1_z}, \dots, d_{N_z}]$ 。

虚拟天线阵列分布式功率合成的远场阵列因子可以表示为

$$F(\theta, \phi | \mathbf{z}, \mathbf{d}) = \mathbf{v}^H(\theta_0, \phi_0 | \mathbf{z}) \mathbf{v}(\theta, \phi | \mathbf{z}, \mathbf{d}) = \sum_{n=1}^N e^{jk(d_{n_x} \sin \theta \cos \phi + d_{n_y} \sin \theta \sin \phi + d_{n_z} \cos \theta + z_n (\cos \theta - \cos \theta_0))} \quad (5)$$

其中, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置操作, $\mathbf{v}(\theta_0, \phi_0 | \mathbf{z})$ 表示虚拟天线阵列的目标方向为 (ϕ_0, θ_0) 的导向矢量。

由于虚拟天线阵列是 z 轴上的线阵, 在实际工程中更加关注其在俯仰角 θ 上的功率合成效果, 故令 $\phi = \phi_0$, 其远场波束图的表达式为

$$P(\theta | \mathbf{z}, \mathbf{d}) = |F(\theta | \mathbf{z}, \mathbf{d})|^2 = F(\theta | \mathbf{z}, \mathbf{d}) F^*(\theta | \mathbf{z}, \mathbf{d}) = N + \sum_{n=1}^N e^{jk(d_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{n_z} \cos \theta + z_n (\cos \theta - \cos \theta_0))} \sum_{m=1, m \neq n}^N e^{-jk(d_{m_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{m_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{m_z} \cos \theta + z_m (\cos \theta - \cos \theta_0))} \quad (6)$$

其中, $|\cdot|$ 表示取模操作, $(\cdot)^*$ 表示共轭操作。

2 位置摄动影响分析

运动平台分布式功率合成技术利用空间分散的运动平台构建灵活的虚拟天线阵列, 形成指向目

标方向的波束来提高信号的传输距离、能量效率和指向性。基于式(6)提出的带有位置摄动的运动平台分布式功率合成模型, 本节主要分析位置摄动对分布式功率合成的平均远场波束图、3 dB 波束宽度及互补累积分布函数的影响。

2.1 平均远场波束图

首先, 本节研究带有位置摄动的运动平台分布式功率合成的平均远场波束图。分布式功率合成的平均远场波束图是随机变量 \mathbf{z} 和 \mathbf{d} 的期望^[23-25], 其表达式为

$$P_{av}(\theta) = E\{P(\theta | \mathbf{z}, \mathbf{d})\} = N + \sum_{n=1}^N E\left\{e^{jk(d_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{n_z} \cos \theta + z_n (\cos \theta - \cos \theta_0))}\right\} \sum_{m=1, m \neq n}^N E\left\{e^{-jk(d_{m_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{m_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{m_z} \cos \theta + z_m (\cos \theta - \cos \theta_0))}\right\} \quad (7)$$

其中, $E\{\cdot\}$ 表示期望操作。

由于 z_n 、 d_{n_x} 、 d_{n_y} 和 d_{n_z} 相互独立, 可得到

$$E\left\{e^{jk(d_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{n_z} \cos \theta + z_n (\cos \theta - \cos \theta_0))}\right\} = E\left\{e^{jkd_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0}\right\} E\left\{e^{jkd_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0}\right\} E\left\{e^{jkd_{n_z} \cos \theta}\right\} E\left\{e^{jkz_n (\cos \theta - \cos \theta_0)}\right\} \quad (8)$$

$$E\left\{e^{-jk(d_{m_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{m_y} \sin \theta \sin \phi_0 + d_{m_z} \cos \theta + z_m (\cos \theta - \cos \theta_0))}\right\} = E\left\{e^{-jkd_{m_x} \sin \theta \cos \phi_0}\right\} E\left\{e^{-jkd_{m_y} \sin \theta \sin \phi_0}\right\} E\left\{e^{-jkd_{m_z} \cos \theta}\right\} E\left\{e^{-jkz_m (\cos \theta - \cos \theta_0)}\right\} \quad (9)$$

同时, 由式(1)和式(3)可得

$$E\left\{e^{jkd_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0}\right\} = \text{Sa}(kD \sin \theta \cos \phi_0) \quad (10)$$

$$E\left\{e^{jkd_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0}\right\} = \text{Sa}(kD \sin \theta \sin \phi_0) \quad (11)$$

$$E\left\{e^{jkd_{n_z} \cos \theta}\right\} = \text{Sa}(kD \cos \theta) \quad (12)$$

$$E\left\{e^{jkz_n (\cos \theta - \cos \theta_0)}\right\} = \text{Sa}\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos \theta - \cos \theta_0)\right) \quad (13)$$

$$E\left\{e^{-jkd_{m_x} \sin \theta \cos \phi_0}\right\} = \text{Sa}(kD \sin \theta \cos \phi_0) \quad (14)$$

$$E\left\{e^{-jkd_{m_y} \sin \theta \sin \phi_0}\right\} = \text{Sa}(kD \sin \theta \sin \phi_0) \quad (15)$$

$$E\left\{e^{-jk_d m_z \cos \theta}\right\} = \text{Sa}(kD \cos \theta) \quad (16)$$

$$E\left\{e^{-jk_z m (\cos \theta - \cos \theta_0)}\right\} = \text{Sa}\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos \theta - \cos \theta_0)\right) \quad (17)$$

其中, $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$ 。联合式(10)~式(12)、式(14)~式(16), 位置摄动在不同俯仰角的扰动可表示为

$$\begin{aligned} \kappa(\theta) &= \text{Sa}^2(kD \sin \theta \cos \phi_0) \cdot \\ &\text{Sa}^2(kD \sin \theta \sin \phi_0) \text{Sa}^2(kD \cos \theta) \end{aligned} \quad (18)$$

将式(13)、式(17)和式(18)代入式(7), 平均远场波束图可表示为

$$P_{\text{av}}(\theta) = N + \kappa(\theta) \text{Sa}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos \theta - \cos \theta_0)\right) (N^2 - N) \quad (19)$$

式(19)的第二项代表分布式功率合成平均远场波束图的主瓣, 由于 $\kappa(\theta) \leq 1$, 位置摄动会恶化运动平台虚拟天线阵列的峰值功率。并且, 当位置摄动加剧时, 位置摄动的分布范围 D 增大, 会导致 $\kappa(\theta)$ 趋近于 0 以及平均远场波束图 $P_{\text{av}}(\theta) \approx N$ 。虚拟天线阵列在每个角度的功率均衰减为 N , 失去其在目标方向的功率增益。

$$P_{\text{av}}(\theta_0) = N + \kappa(\theta_0)(N^2 - N) \quad (20)$$

式(20)表明, 虚拟天线阵列的峰值功率取决于运动平台的规模 N 和位置摄动的分布范围 D 。并且, 随着位置摄动分布范围 D 的增加, 峰值功率逐渐衰减, 最后, $P_{\text{av}}(\theta_0) = N$ 。当位置摄动不剧烈时, 位置摄动导致的峰值功率衰减可表示为

$$P_{\Delta} = \frac{N^2}{N + \kappa(\theta_0)(N^2 - N)} \quad (21)$$

式(21)表明, 当位置摄动不剧烈且其分布范围 D 不变时, 随着运动平台规模 N 的增加, 位置摄动导致的峰值功率衰减加剧。并且, 当运动平台的规模 $N \rightarrow \infty$ 时, 由位置摄动导致的峰值功率衰减有一个理论上限, 即 $P_{\Delta} \rightarrow \frac{1}{\kappa(\theta_0)}$ 。

2.2 3 dB 波束宽度

3 dB 波束宽度是平均远场波束图的峰值功率下降 3 dB 的阈值角度, 是描述波束图主瓣宽度的参数。它是虚拟天线阵列重要的性能指标之一。因此, 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 满足^[23-25]

$$P_{\text{av}}(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) = \frac{1}{2} P_{\text{av}}(\theta_0) \quad (22)$$

联合式(19)、式(20)和式(22), 关于 3 dB 波束宽

度 $\theta_{3\text{dB}}$ 的方程可以表示为

$$\begin{aligned} &\kappa(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) \text{Sa}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) - \cos \theta_0)\right) \cdot \\ &(N^2 - N) + N - \frac{N + \kappa(\theta_0)(N^2 - N)}{2} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

当运动平台的分布范围 L 较大且位置摄动的分布范围 D 较小时, 虚拟天线阵列的 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 是一个小角度, 因此, 可得到

$$\kappa(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) \approx \kappa(\theta_0) \quad (24)$$

随后, 在位置摄动的分布范围 D 满足 $\kappa(\theta_0) > \frac{1}{N-1}$ 的情况下, 将式(24)代入式(23), 关于 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 的方程表达式可近似为

$$\text{Sa}\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) - \cos \theta_0)\right) \approx \gamma \quad (25)$$

其中, $\gamma = \sqrt{\frac{\kappa(\theta_0)(N-1)-1}{2\kappa(\theta_0)(N-1)}}$ 。

同时, $\text{Sa}(x)$ 可被展开为

$$\text{Sa}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \quad (26)$$

其中, $(\cdot)!$ 表示阶乘操作。

因此, 当 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 是一个小角度时, 式(26)可近似表示为

$$\begin{aligned} &\text{Sa}\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) - \cos \theta_0)\right) \approx \\ &1 - \frac{\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) - \cos \theta_0)\right)^2}{6} \end{aligned} \quad (27)$$

联合式(25)、式(27), 可得到

$$1 - \frac{\left(\frac{\pi}{\lambda} L (\cos(\theta_0 + \theta_{3\text{dB}}) - \cos \theta_0)\right)^2}{6} \approx \gamma \quad (28)$$

则 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 的近似表达式为

$$\theta_{3\text{dB}} \approx \arccos\left(\frac{-\lambda\sqrt{6-6\gamma}}{\pi L} + \cos \theta_0\right) - \theta_0 \quad (29)$$

式(29)表明, 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 主要取决于运动平台的分布范围 L , L 越大, $\theta_{3\text{dB}}$ 越小, 运动平台的规模 N 对 $\theta_{3\text{dB}}$ 的影响较小。并且, 当运动平台

的分布范围 L 一定时, 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 会随着位置摄动的加剧和位置摄动分布范围 D 的增加而展宽。另外, 随着运动平台分布范围 L 的减小, 位置摄动导致 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 的展宽更加严重。并且, 当位置摄动分布范围 D 增加到满足 $\kappa(\theta_0) < \frac{1}{N-1}$ 时, 式(28)没有实数解。此时, 不存在任何一个方向的功率比峰值功率低 3 dB, 3 dB 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}}$ 为空。

2.3 互补累积分布函数

互补累积分布函数是分布式功率合成在某个俯仰角度 θ 的功率超过阈值功率 P_0 的概率, 反映了分布式功率合成瞬时功率的情况, 其定义为^[23-25]

$$\Pr[P(\theta|\mathbf{z}, \mathbf{d}) > P_0] = \Pr\left[|F(\theta|\mathbf{z}, \mathbf{d})|^2 > P_0\right] \quad (30)$$

由于远场阵列因子是 N 个独立随机变量的累加, 根据中心极限定理, 可用复高斯分布近似, 即

$$F(\theta|\mathbf{z}, \mathbf{d}) = X + jY \quad (31)$$

$$X = \sum_{n=1}^N \cos(k\alpha_n + k\beta_n) \quad (32)$$

$$Y = \sum_{n=1}^N \sin(k\alpha_n + k\beta_n) \quad (33)$$

其中, $\alpha_n = d_{n_x} \sin \theta \cos \phi_0 + d_{n_y} \sin \theta \sin \phi_0$, $\beta_n = d_{n_z} \cdot \cos \theta + z_n (\cos \theta - \cos \theta_0)$ 。因此, X 和 Y 的均值 m_x 、 m_y 及方差 σ_x^2 、 σ_y^2 分别表示为

$$\begin{aligned} m_x &= E\{X\} = \\ &\int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} X f_{z_n} f_{d_{n_x}} f_{d_{n_y}} f_{d_{n_z}} d_{z_n} d_{d_{n_x}} d_{d_{n_y}} d_{d_{n_z}} = \\ &NSa\left(\frac{kL}{2}(\cos \theta - \cos \theta_0)\right) Sa(kD \sin \theta \cos \phi_0) \cdot \\ &Sa(kD \sin \theta \sin \phi_0) Sa(kD \cos \theta) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} m_y &= E\{Y\} = \\ &\int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Y f_{z_n} f_{d_{n_x}} f_{d_{n_y}} f_{d_{n_z}} d_{z_n} d_{d_{n_x}} d_{d_{n_y}} d_{d_{n_z}} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= V\{X\} = E\{X^2\} - E^2\{X\} = \\ &\int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} X^2 f_{z_n} f_{d_{n_x}} f_{d_{n_y}} f_{d_{n_z}} d_{z_n} d_{d_{n_x}} d_{d_{n_y}} d_{d_{n_z}} - m_x^2 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{N}{2} \left(1 + Sa(kL(\cos \theta - \cos \theta_0)) Sa(2kD \sin \theta \cos \phi_0) \cdot \right. \\ &Sa(2kD \sin \theta \sin \phi_0) Sa(2kD \cos \theta) - \\ &NSa^2\left(\frac{kL}{2}(\cos \theta - \cos \theta_0)\right) \cdot \\ &Sa^2(kD \sin \theta \cos \phi_0) \cdot \\ &Sa^2(kD \sin \theta \sin \phi_0) Sa^2(kD \cos \theta) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= V\{Y\} = E\{Y^2\} - E^2\{Y\} = \\ &\int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-D}^D \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Y^2 f_{z_n} f_{d_{n_x}} f_{d_{n_y}} f_{d_{n_z}} d_{z_n} d_{d_{n_x}} d_{d_{n_y}} d_{d_{n_z}} = \\ &\frac{N}{2} \left(1 - Sa(kL(\cos \theta - \cos \theta_0)) Sa(2kD \sin \theta \cos \phi_0) \cdot \right. \\ &Sa(2kD \sin \theta \sin \phi_0) Sa(2kD \cos \theta) \end{aligned} \quad (37)$$

其中, $V\{\cdot\}$ 表示方差操作。同时, $E\{XY\} = 0$, X 和 Y 不相关, 两者的联合概率密度函数可表示为

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{|x - m_x|^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (38)$$

互补累积分布函数可表示为

$$\begin{aligned} \Pr\left[|F(\theta|\mathbf{z}, \mathbf{d})|^2 > P_0\right] &= \Pr\left[\sqrt{X^2 + Y^2} > \sqrt{P_0}\right] = \\ &\iint_{\sqrt{X^2 + Y^2} > \sqrt{P_0}} f_{X,Y}(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (39)$$

3 仿真分析

本节通过数值仿真验证位置摄动对运动平台分布式功率合成的影响的有效性。本节的仿真参数如表 1 所示, 所有数值仿真结果都是 10 000 次独立实验结果的平均值。

表 1 仿真参数

参数	参数值
工作频率 f / GHz	1
信号波长 λ / m	0.3
虚拟天线阵列目标方向 (ϕ_0, θ_0)	$(90^\circ, 90^\circ)$
归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$	0~0.3
运动平台规模 N	[8, 32, 128]
运动平台分布范围 L	[$8\lambda, 32\lambda, 128\lambda$]

当运动平台的规模 $N=8$ ，且其分布范围 $L=8\lambda$ 时，归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 对虚拟天线阵列的平均远场波束图的影响如图 2 所示。归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 反映了位置摄动的剧烈程度，当归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 越大时，位置摄动越剧烈。由观察可知，数值仿真结果与理论分析结果式(19)一致。并且，运动平台的位置摄动会导致虚拟天线阵列平均波束图的峰值功率以及 3 dB 波束宽度的恶化。随着归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 的增加，平均波束图的恶化程度加剧。

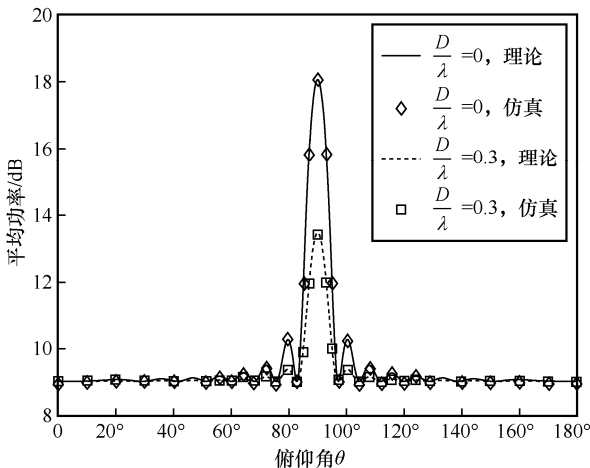
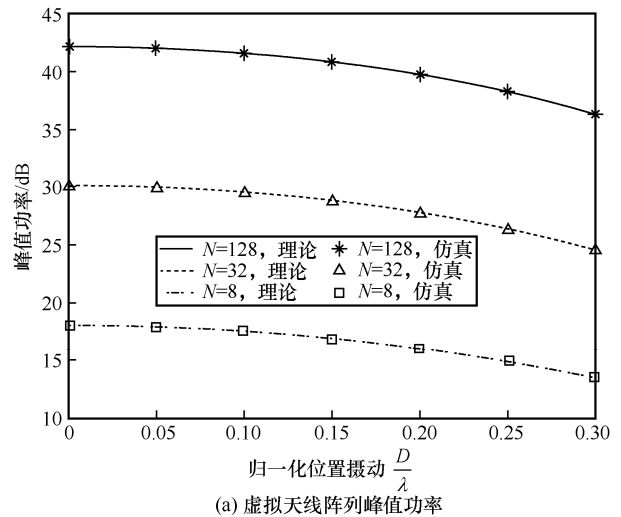
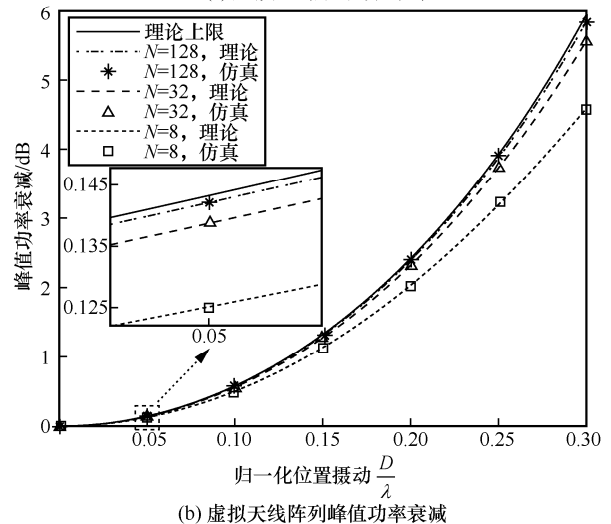


图 2 位置摄动对虚拟天线阵列平均远场波束图的影响

当运动平台分布范围 $L=128\lambda$ 时，图 3 给出了归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 对虚拟天线阵列峰值功率的影响。由数值仿真结果可知，图 3(a)中的仿真结果与理论分析结果式(20)以及图 3(b)中的仿真结果与理论分析结果式(21)均一致。并且，观察图 3(a)可知，虚拟天线阵列的峰值功率随着归一化位置摄动的增加而逐渐衰减。此外，从图 3(b)的数值仿真结果可知，当运动平台的规模 N 增加时，由位置摄动导致的虚拟天线阵列峰值功率的衰减加剧，并且峰值功率衰减更接近理论上限。例如，当归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}=0.3$ 时，运动平台规模 $N=8$ 的虚拟天线阵列的峰值功率衰减约为 4.56 dB；运动平台规模 $N=128$ 的虚拟天线阵列的峰值功率衰减约为 5.85 dB，几乎达到理论上限。



(a) 虚拟天线阵列峰值功率



(b) 虚拟天线阵列峰值功率衰减

图 3 位置摄动对虚拟天线阵列峰值功率的影响

图 4 给出了当运动平台规模 $N=8$ 时，归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 对虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度的影响。由观察可知，理论分析结果式(29)与数值仿真结果基本一致。此外，随着归一化位置摄动的增加，位置摄动导致的 3 dB 波束宽度展宽也逐渐增加。然而不同分布范围 L 的虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度对位置摄动的容忍度不同，运动平台的分布范围 L 越大，虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度对位置摄动的容忍度越高。例如，当归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}=0.3$ 时，运动平台分布范围 $L=128\lambda$ 的虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度相比于 $\frac{D}{\lambda}=0$ 时几乎没有展宽；运动平台分布范围 $L=8\lambda$ 的虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度相比于 $\frac{D}{\lambda}=0$ 时展宽了约 1° 。

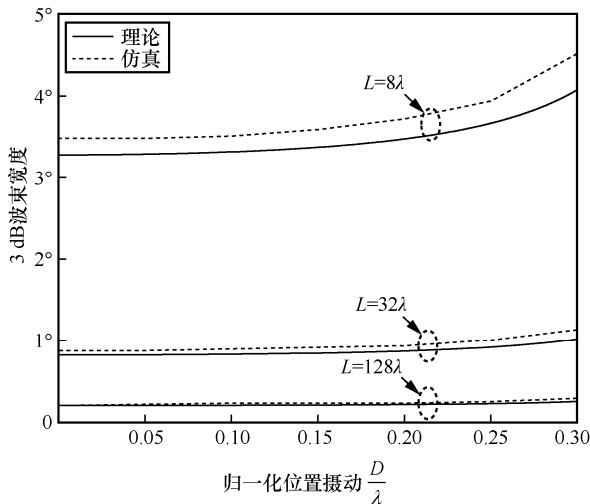


图 4 位置摄动对虚拟天线阵列 3 dB 波束宽度的影响

图 5 描绘了当运动平台分布范围 $L=128\lambda$ 、俯仰角 $\theta=\theta_0$ 且阈值功率 $P_0=0.9N^2$ 时，归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 对虚拟天线阵列互补累积分布函数的影响。由观察可知，理论分析结果式(39)与数值仿真结果一致。并且，随着归一化位置摄动 $\frac{D}{\lambda}$ 的增加，在 θ_0 方向上，虚拟天线阵列的功率大于 $0.9N^2$ 的概率逐渐降低。此外，随着运动平台规模 N 的增大，虚拟天线阵列互补累积分布函数的曲线变得更加陡峭。例如，当运动平台规模 $N=128$ 时，其互补累积分布函数的下降速度比运动平台规模 $N=8$ 时快。

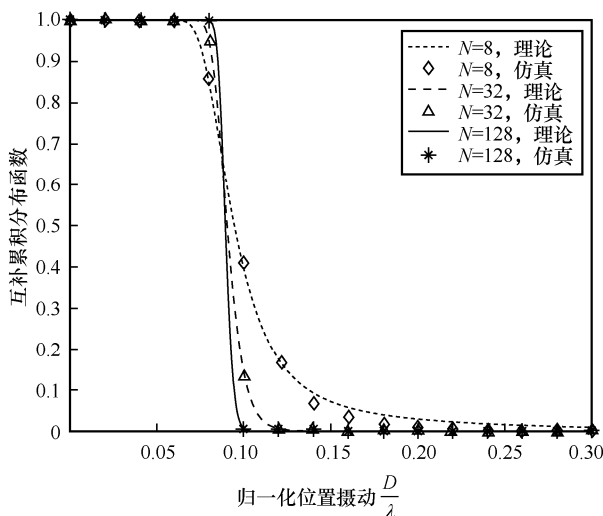


图 5 位置摄动对虚拟天线阵列互补累积分布函数的影响

4 结束语

本文针对运动平台的位置摄动，分析其对分布

式功率合成的平均远场波束图、3 dB 波束宽度和互补累积函数的影响。在影响分析中，在存在位置摄动的情况下，对平均远场波束图、互补累积分布函数的表达式和 3 dB 波束宽度的近似表达式进行了理论推导，用以描述并量化由位置摄动引起的虚拟天线阵列的峰值功率、3 dB 波束宽度和瞬时功率的恶化程度。数值仿真结果验证了分析的有效性。此外，本文可为在达到指定的峰值功率、3 dB 波束宽度和瞬时功率的前提下，确定运动平台分布式功率合成可容忍的最大位置摄动，并提供理论指导。

参考文献：

- [1] JUNG H, LEE I H, JOUNG J. Security energy efficiency analysis of analog collaborative beamforming with stochastic virtual antenna array of UAV swarm[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(8): 8381-8397.
- [2] ZENG Y, ZHANG R, LIM T J. Wireless communications with unmanned aerial vehicles: opportunities and challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(5): 36-42.
- [3] 范绍帅, 王煜菲, 田辉, 等. 面向无人机雷达通信一体化系统的轨迹与资源联合优化[J]. 通信学报, 2021, 42(11): 182-192.
- [4] FAN S S, WANG Y F, TIAN H, et al. Joint optimization of trajectory and resource allocation for UAV integrated radar and communication system[J]. Journal on Communications, 2021, 42(11): 182-192.
- [5] 肖振宇, 刘珂, 朱立鹏. 无人机间毫米波阵列通信技术[J]. 通信学报, 2022, 43(10): 196-209.
- [6] XIAO Z Y, LIU K, ZHU L P. Millimeter-wave array enabled UAV-to-UAV communication technology[J]. Journal on Communications, 2022, 43(10): 196-209.
- [7] KANG H G, JOUNG J, KIM J, et al. Protect your sky: a survey of counter unmanned aerial vehicle systems[J]. IEEE Access, 2020, 8: 168671-168710.
- [8] 王莉, 魏青, 徐连明, 等. 面向通信-导航-感知一体化的应急无人机网络低能耗部署研究[J]. 通信学报, 2022, 43(7): 1-20.
- [9] WANG L, WEI Q, XU L M, et al. Research on low-energy-consumption deployment of emergency UAV network for integrated communication-navigating-sensing[J]. Journal on Communications, 2022, 43(7): 1-20.
- [10] GABRY F, ZAPPONE A, THOBABEN R, et al. Energy efficiency analysis of cooperative jamming in cognitive radio networks with secrecy constraints[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2015, 4(4): 437-440.
- [11] 张阳, 司光亚, 王艳正, 等. 无人蜂群电磁作战行动建模与仿真[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(7): 2121-2130.
- [12] ZHANG Y, SI G Y, WANG Y Z, et al. Modeling and simulation of UAVs swarm electromagnetic operation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(7): 2121-2130.
- [13] QI D, ZHANG J Q, LIANG X L, et al. Autonomous reconnaissance and attack test of UAV swarm based on mosaic warfare thought[C]// Proceedings of the 6th International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE). Piscataway: IEEE Press, 2022: 79-83.
- [14] JAYAPRAKASAM S, RAHIM S K A, LEOW C Y. Distributed and collaborative beamforming in wireless sensor networks: classifications, trends, and research directions[J]. IEEE Communications Surveys &

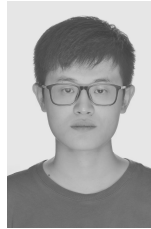
Tutorials, 2017, 19(4): 2092-2116.

- [11] MUDUMBAI R, BROWN III D R, MADHOW U, et al. Distributed transmit beamforming: challenges and recent progress[J]. IEEE Communications Magazine, 2009, 47(2): 102-110.
- [12] 姜攀. 分布式雷达研究与应用[J]. 现代雷达, 2022, 44(3): 103-104.
JIANG P. Research and application of distributed radar[J]. Modern Radar, 2022, 44(3): 103-104.
- [13] 陆诗远, 蒋春山, 周园明. 分布式功率合成技术在电子战装备中的应用分析[J]. 中国电子科学研究院学报, 2020, 15(9): 861-865, 871.
LU S Y, JIANG C S, ZHOU Y M. Application analysis of distributed power synthesis technology in electronic warfare equipment[J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2020, 15(9): 861-865, 871.
- [14] OCHIAI H, MITRAN P, POOR H V, et al. Collaborative beamforming for distributed wireless ad hoc sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(11): 4110-4124.
- [15] SRIPLOY P, UTHANSAKUL P, UTHANSAKUL M. An effect of imperfection in node location estimation on distributed beamforming[C]//Proceedings of the 9th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology. Piscataway: IEEE Press, 2012: 1-4.
- [16] LINTZ W A, MCEACHEN J C, TUMMALA M. Sensor beamforming with distributed mobile elements in a wireless sensor network[C]//Proceedings of Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Piscataway: IEEE Press, 2009: 323-328.
- [17] MGHABGHAB S R, NANZER J A. Impact of localization error on open-loop distributed beamforming arrays[C]//Proceedings of XXXIVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-3.
- [18] FENG F Y P, RIHAN M, HUANG L. Positional perturbations analysis for micro-UAV array with relative position-based formation[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(9): 2918-2922.
- [19] JUNG H, KO S W, LEE I H. Secure transmission using linearly distributed virtual antenna array with element position perturbations[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(1): 474-489.
- [20] SATO K. Simple autonomous flight control of a UAV flying above a UGV using onboard camera vision[C]//Proceedings of 12th Asian Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1643-1648.
- [21] JIN Z H, BAI L S, WANG Z X, et al. Self-triggered distributed formation control of fixed-wing unmanned aerial vehicles subject to velocity and overload constraints[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2023, PP(99): 1-12.
- [22] WANG H, KANG H, SUN G, et al. Position errors analysis, prediction and recovery for UAV-enabled virtual antenna array[C]//Proceedings of IEEE Symposium on Computers and Communications. Piscataway: IEEE Press, 2022: 1-6.
- [23] AHMED M F A, VOROBYOV S A. Collaborative beamforming for wireless sensor networks with Gaussian distributed sensor nodes[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(2): 638-643.
- [24] HUANG J Y, WANG P, WAN Q. Collaborative beamforming for wireless sensor networks with arbitrary distributed sensors[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(7): 1118-1120.
- [25] SHEN X F, LIU P, HUANG J Y, et al. Characteristics of collaborative beamforming for wireless sensor networks in phase noise environments[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2014: 419-423.

[作者简介]



郭文博(1994-),男,四川南充人,博士,电子科技大学在站博士后,主要研究方向为干扰抑制、物理层安全、分布式协同、频谱智能等。



杜嘉鑫(1997-),男,四川乐山人,电子科技大学博士生,主要研究方向为分布式协同波束成形、干扰抑制等。



杨健(1982-),男,安徽阜阳人,博士,电磁空间认知与智能控制技术实验室研究员,主要研究方向为电磁空间认知、群体频谱智能等。



严牧(1991-),男,重庆人,博士,电磁空间认知与智能控制技术实验室助理研究员,主要研究方向为电磁空间认知、群体频谱智能等。



赵宏志(1978-),男,河北石家庄人,博士,电子科技大学教授、博士生导师,主要研究方向为全双工通信、通信抗干扰技术等。



邵士海(1980-),男,辽宁抚顺人,博士,电子科技大学教授、博士生导师,主要研究方向为机器学习与人工智能、抗干扰与安全通信等。